

Индивидуальное задание по лабораторной работе

Расчет линейной регрессивной зависимости функции от фактора

Расчет регрессивной зависимости функции y от фактора x рассмотрим на примере. Цель работы – определить уравнение линейной зависимости функции от фактора.

Исходные данные в виде статистического ряда парных измерений приведены в табл. 1. Из выборки исходных данных исключены грубые ошибки измерений. Измерения удовлетворяют условиям воспроизводимости эксперимента.

Отчет по лабораторной работе представить в следующем виде: значение коэффициента корреляции r ; уравнение линейной регрессии с цифровыми значениями коэффициентов; график зависимости y от фактора x .

Отчет по лабораторной работе отправить преподавателю по электронной почте.

Таблица 1

Статический ряд парных измерений фактора и функции

Вариант	Фактор x	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Функция y	1	4	6,9	9	10,8	12	14	16
2	x	5	6	7	8	9	10	11	12
	y	10,8	12	14	16	19	20,1	23	23,4
3	x	9	10	11	12	13	14	15	16
	y	19	20,8	23	23,4	27	28,1	31	32
4	x	13	14	15	16	17	18	19	20
	y	27	28,1	31	32	35,4	40	39,1	40,1
5	x	17	18	19	20	21	22	23	24
	y	35,5	40	39,1	40,1	45	47,9	51	52
6	x	21	22	23	24	25	26	27	28
	y	45	47,9	51	52	54,9	55,8	59	58,7
7	x	25	26	27	28	29	30	31	32
	y	54,9	55,8	59	58,7	63,5	65,4	69,7	72,6
8	x	29	30	31	32	33	34	35	36
	y	63,5	65,4	69,7	72,6	74,9	79	80	83,8
9	x	33	34	35	36	37	38	39	40
	y	74,9	79	80	83,8	85,5	87,6	88,9	91,2
10	x	37	38	39	40	41	42	43	44
	y	85,5	87,6	88,9	91,2	92,9	96	98,9	101
11	x	41	42	43	44	45	46	47	48
	y	92,9	96	98,9	101	103	106,4	107,9	112,4
12	x	45	46	47	48	49	50	51	52
	y	103	106,4	107,9	112,4	114,8	118,7	121,7	127,6
13	x	49	50	51	52	53	54	55	56
	y	114,8	118,7	121,7	127,6	98,9	131,3	133	137,3
14	x	53	54	55	56	57	58	59	60
	y	98,9	131,3	133	137,3	139	140,1	144	144,2
15	x	9	10	11	12	13	14	15	16
	y	19	20,1	23	23,4	27	28,1	31	32
16	x	17	18	19	20	21	22	23	24
	y	35,4	40	39,1	40	45	47,9	51	52
17	x	25	26	27	28	29	30	31	32
	y	54,9	55,8	59	58,7	63,5	65,4	69,7	72,6

Производим промежуточные вычисления для уравнения линейной регрессии, результаты расчетов сводим в табл. 2.

Определяем среднее арифметическое значение для факторов x_i по формуле

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1)$$

Коэффициент линейной корреляции r может принимать значения от -1 до $+1$. При $r = 0$ линейная корреляционная связь между x и y отсутствует, при $r = \pm 1$ существует строгая функциональная линейная связь x и y . Если $|r| \geq 0,5$, то принято считать, что между фактором x и функцией отклика y имеется линейная корреляционная связь.

Определяем среднее арифметическое значение функции отклика по формуле (1)

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (2)$$

Определяем коэффициент линейной корреляции по формуле

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}. \quad (3)$$

Таблица 2

Значения промежуточных величин для уравнения регрессии

x_i	y_i	x_i^2	x_i^2	$x_i y_i$
2	4,01	4	16,08	8,02
6	12,01	36	144,24	72,06
10	20,18	100	407,23	201,80
14	28,09	196	789,05	393,26
18	39,95	324	1596,00	719,10
22	47,90	484	2294,41	1053,80
26	55,85	676	3119,22	1452,10
27	58,93	729	3472,74	1591,11
28	58,71	784	3446,86	1643,88
32	72,59	1024	5269,31	2322,88
36	83,80	1296	7022,44	3016,8
40	91,22	1600	8321,09	3648,8
44	101,07	1936	10215,14	4447,08
45	102,90	2025	10588,41	4630,50
46	106,40	2116	11320,96	4894,40
50	116,69	2500	13616,56	5834,50
54	131,90	2916	17397,61	7122,60
72	178,49	5184	31858,68	12851,28
76	190,20	5776	36176,04	14455,20
77	192,20	5929	36940,84	14799,40
78	195,09	6084	38060,11	15217,02
82	207,19	6724	42927,70	16989,58
86	222	7396	49284	19092
104	261	10816	68121	27144
Σx_i =1075	$\Sigma y_i =$ 2578,37	$\Sigma x_i^2 =$ 66655	$\Sigma y_i^2 =$ 402405,727	$\Sigma(x_i y_i) =$ 163601,17

Определяем значение постоянных коэффициентов a , b уравнения линейной регрессии $y = a + b x$:
расчетный тангенс угла наклона линии регрессии

$$b = \frac{n \sum (x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2};$$

расчетное значение свободного члена

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = \frac{\sum y_i}{n} - \frac{b \sum x_i}{n}.$$

После подстановки значений коэффициентов a и b уравнение линейной регрессии примет вид $y = a_p + b_p x$.

Графическая зависимость y от x приведена на рис. 1.

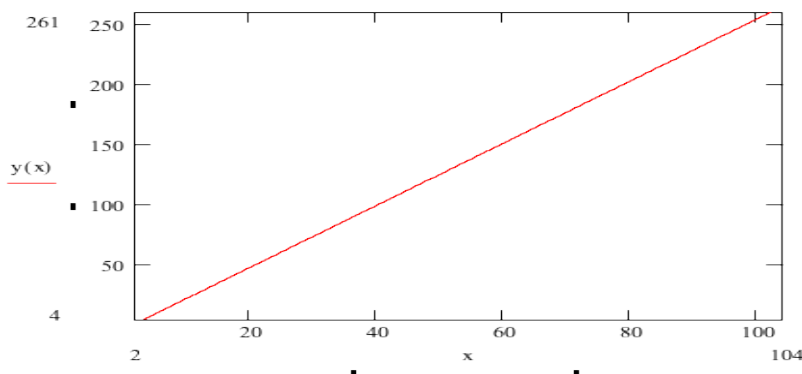


Рис. 1. График зависимости y от фактора x

Определяем коэффициент детерминации, который отражает влияние фактора x на функцию y . $K_d = r^2$. Например при $K_d = 0,997$ функция y на 99,7 % зависит от фактора x и лишь на 0,03 % от других причин.

При $r < 0,5$ линейная корреляционная связь между фактором x и функцией отклика y считают неудовлетворительной. В этом случае степень влияния переменных друг на друга может изменяться непрямолинейно. Для определения связи между x и y в виде плавных кривых линий применяются методы подбора эмпирических формул.

Индивидуальное задание к практическому занятию

Подбор эмпирических формул для однофакторного эксперимента по методу средних квадратов

Расчет эмпирических формул для однофакторного эксперимента по методу средних квадратов выполнить по своему варианту статистического ряда парных измерений (см. выше задание к лабораторной работе).

Цель – изучить метод средних квадратов для подбора эмпирических формул по данным однофакторного эксперимента.

Задачи – составить полиномиальное уравнение; составить систему начальных уравнений для расчета коэффициентов полинома; рассчитать коэффициенты полиномиального уравнения, записать уравнение полинома и построить график полиномиальной зависимости функции y от фактора x .

Методика расчета эмпирических формул для однофакторного эксперимента по методу средних квадратов приведена в методических указаниях: Сиваков В.П. «Модель и метод факторного эксперимента» на стр. 13-16, а также в учебном пособии: Сиваков В.П., Вураско А.В. Леонович А.А. Основы научных исследований в химической и химико-механической переработке сырья растительного происхождения : учеб. пособие. – Екатеринбург : УГЛТУ. 2021. – 168 с. (см. стр. 110-113).

Отчет по практическому занятию представить в виде полиномиального уравнения функции y и графика зависимости функции y от фактора x и отправить преподавателю по электронной почте.

